

PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH CỦA KHUNG PHẪNG CÓ NÚT CỨNG VÀ LIÊN KẾT NỬA CỨNG

Nguyễn Thu Nga¹, Lê Đình Cường²

¹Đại học Thủy lợi, email: nga.kcct@tlu.edu.vn

²Đại học Thủy lợi, email: cuongld@tlu.edu.vn

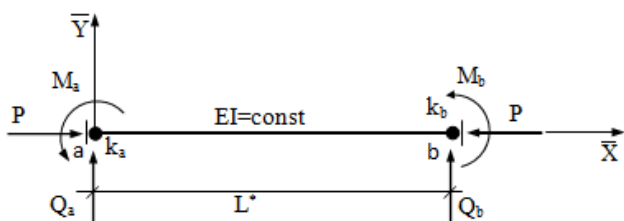
1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Thực tế đã chỉ rõ tại vị trí liên kết giữa các phân tử trong kết cấu thép có độ mềm nhất định do biến dạng của bu lông, đỉnh tán [1], [4]; trong kết cấu bê tông, tại vị trí nút khung có độ cứng rất lớn. Trong bài báo này tác giả tiến hành nghiên cứu ổn định của khung phẳng có xét tới độ cứng của nút và độ mềm liên kết thông qua xây dựng ma trận độ cứng của phần tử thanh từ đó lập trình xác định hệ số chiều dài tính toán cho một vài khung thường gặp trong thực tế xây dựng.

2. CƠ SỞ PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH KHUNG PHẪNG

Nghiên cứu lý thuyết ổn định của kết cấu hệ thanh bằng phương pháp phần tử hữu hạn giải theo phương pháp chuyển vị dựa trên cơ sở biểu thức thế năng toàn phần [3]. Vật liệu làm việc trong miền đàn hồi tuyến tính. Giả thiết: Tải trọng chỉ tác dụng vào các nút khung, bỏ qua biến dạng dọc trục thanh, tỷ số lực nén trong các thanh khi ở trạng thái ổn định và trạng thái tới hạn ổn định là như nhau.

2.1. Phần tử thanh hai đầu liên kết mềm



Hình 1: Phần tử thanh hai đầu liên kết mềm

Xét phần tử thanh có hai đầu liên kết nửa cứng như hình 1 (P là lực nén trong thanh).

Đặt: $i=EJ/L, u=L\sqrt{P/EJ}$. Gọi k_a, k_b là các hằng số độ mềm liên kết ở hai đầu thanh. Để xác định các phần tử k_{ij} , tác giả thiết lập mối quan hệ giữa phản lực nút và chuyển vị nút hai đầu phần tử thanh dựa trên phương trình vi phân của đường đàn hồi, phương trình cân bằng của phần tử thanh [2], đồng thời xét đến uốn dọc do lực dọc P sinh ra, tác giả thu được

$$k_{11} = \frac{iu^3}{L^2} \left[\frac{\sin u + iu \cos u (k_a + k_b) - i^2 u^2 k_a k_b \sin u}{2 - 2\cos u - u \sin u + iu(k_a + k_b)(\sin u - u \cos u) + i^2 u^3 k_a k_b \sin u} \right]$$

$$k_{12} = \frac{iu^2}{L} \frac{1 - \cos u + ik_b u \sin u}{2 - 2\cos u - u \sin u + iu(k_a + k_b)(\sin u - u \cos u) + i^2 u^3 k_a k_b \sin u}$$

$$k_{13} = -\frac{iu^3}{L^2} \left[\frac{\sin u + iu \cos u (k_a + k_b) - i^2 u^2 k_a k_b \sin u}{2 - 2\cos u - u \sin u + iu(k_a + k_b)(\sin u - u \cos u) + i^2 u^3 k_a k_b \sin u} \right]$$

$$k_{14} = \frac{iu^2}{L} \frac{1 - \cos u + ik_a u \sin u}{2 - 2\cos u - u \sin u + iu(k_a + k_b)(\sin u - u \cos u) + i^2 u^3 k_a k_b \sin u}$$

$$k_{22} = \frac{iu(\sin u - u \cos u + ik_b u^2 \sin u)}{2 - 2\cos u - u \sin u + iu(k_a + k_b)(\sin u - u \cos u) + i^2 u^3 k_a k_b \sin u}$$

$$k_{23} = -\frac{iu^2}{L} \frac{(1 - \cos u + ik_b u \sin u)}{2 - 2\cos u - u \sin u + iu(k_a + k_b)(\sin u - u \cos u) + i^2 u^3 k_a k_b \sin u}$$

$$k_{24} = \frac{iu(u - \sin u)}{2 - 2\cos u - u \sin u + iu(k_a + k_b)(\sin u - u \cos u) + i^2 u^3 k_a k_b \sin u}$$

$$k_{33} = \frac{iu^3}{L^2} \left[\frac{\sin u + iu \cos u (k_a + k_b) - i^2 u^2 k_a k_b \sin u}{2 - 2\cos u - u \sin u + iu(k_a + k_b)(\sin u - u \cos u) + i^2 u^3 k_a k_b \sin u} \right]$$

$$k_{34} = -\frac{iu^2}{L} \frac{1 - \cos u + ik_a u \sin u}{2 - 2\cos u - u \sin u + iu(k_a + k_b)(\sin u - u \cos u) + i^2 u^3 k_a k_b \sin u}$$

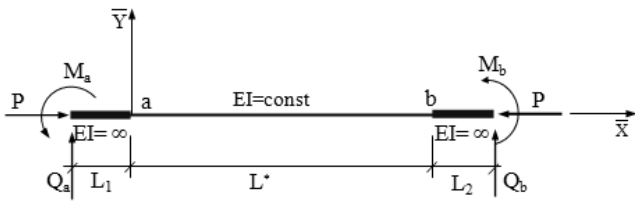
$$k_{44} = \frac{iu(\sin u - u \cos u + iu^2 k_a \sin u)}{2 - 2\cos u - u \sin u + iu(k_a + k_b)(\sin u - u \cos u) + i^2 u^3 k_a k_b \sin u}$$

Khi $k_a=k_b=0, k_a=0, k_b=\infty$ tác giả thu được ma trận độ cứng của phần tử hai đầu liên kết ngàm hoặc một ngàm một khớp khi bỏ qua độ mềm của liên kết. Nếu bỏ qua ảnh hưởng

của uốn dọc ($P=0, u \rightarrow 0$), tác giả tiến hành tìm giới hạn: $\lim_{u \rightarrow 0}(k_{ij})$, thu được ma trận độ cứng của phần tử thanh hai đầu liên kết ngàm đàn hồi bỏ qua ảnh hưởng của uốn dọc.

2.2. Phần tử thanh hai đầu có nút cứng

Xét phần tử thanh có 2 đoạn tuyệt đối cứng ở hai đầu (L_1, L_2). Từ quan hệ giữa phân lực nút và chuyển vị nút của phần tử thanh, tác giả cũng xác định được các thành phần của ma trận độ cứng (k_{ij}):



Hình 2: Phần tử thanh hai đầu có đoạn cứng

$$k_{11} = \frac{iu^3}{L^{*2}} \frac{\sin u}{2-2\cos u - u\sin u}; \quad k_{12} = \frac{iu^2}{L^*} \frac{1-\cos u + u\sin u}{2-2\cos u - u\sin u}$$

$$k_{13} = -\frac{iu^3}{L^{*2}} \frac{\sin u}{2-2\cos u - u\sin u}$$

$$k_{14} = \frac{iu^2}{L^*} \frac{u\sin u + \cos u - 1}{2-2\cos u - u\sin u}$$

$$k_{22} = iu \frac{\sin u - u\cos u + u^2 m(1+m)\sin u}{2-2\cos u - u\sin u}$$

$$k_{23} = -\frac{iu^2}{L^*} \frac{1-\cos u + u\sin u}{2-2\cos u - u\sin u}$$

$$k_{24} = iu \frac{u\sin u + u(m+n)(1-\cos u) + u^2 m\sin u}{2-2\cos u - u\sin u}$$

$$k_{33} = \frac{iu^3}{L^{*2}} \frac{\sin u}{2-2\cos u - u\sin u}; \quad k_{34} = -\frac{iu^2}{L^*} \frac{1-\cos u + u\sin u}{2-2\cos u - u\sin u}$$

$$k_{44} = iu \frac{\sin u - u\cos u + u^2 n(1+n)\sin u}{2-2\cos u - u\sin u}$$

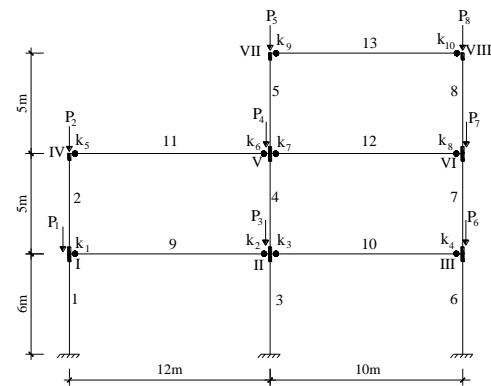
Trong đó $m=L_1/L, n=L_2/L$. Khi $m=n=0$ ($L_1=L_2=0$) tác giả thu được ma trận độ cứng của phần tử hai đầu liên kết ngàm khi bỏ qua độ cứng của nút. Tác giả tìm giới hạn: $\lim_{u \rightarrow 0}(k_{ij})$, thu được ma trận độ cứng của phần tử thanh hai đầu liên kết ngàm không kể uốn dọc và có xét tới độ cứng của nút.

3. LẬP TRÌNH VÀ CÁC VÍ DỤ MINH HỌA BẰNG SỐ

Nhằm mục đích để kiểm chứng lại ma trận độ cứng của phần tử khi xét đến độ mềm liên kết và độ cứng của nút đã được xây dựng ở trên, tác giả tiến hành lập trình bằng ngôn ngữ Pascal cho các khung thường gặp khi cho kích thước và giá trị k_i, L_i bất kỳ, kết quả được so sánh với kết quả khi sử dụng bằng phần mềm SAP2000.

3.1. Chương trình xác định chiều dài tính toán của khung nhiều tầng nhiều nhịp có nút cứng và liên kết nửa cứng

$J_c=45000\text{cm}^4, J_d=106667\text{cm}^4, P_{1,3,4,6,7}=2000\text{kN}$
 $P_{2,5,8}=1000\text{kN}$. Cột tầng 1, 2: $L_i=0.45\text{m}$, tầng 3: $L_i=0.3\text{m}$. Độ mềm liên kết dầm tầng 1,2,3: $k_i = 0.02, 0.025, 0.05$. (Không xét độ cứng tương quan giữa dầm và cột)



Hình 3: Sơ đồ tính toán khung

Phương trình cân bằng cho toàn kết cấu: $\mathbf{K}\Delta=\mathbf{F}$. Từ các giả thiết nêu ở Mục 2 ta có: $\mathbf{F}=\mathbf{0}$. Để phương trình $\mathbf{K}\Delta=\mathbf{0}$ có nghiệm không tầm thường ($\Delta \neq \mathbf{0}$) thì $\text{Det}(\mathbf{K})=\mathbf{0}$. Tác giả xây dựng ma trận độ cứng \mathbf{K} cho hệ. Lập trình bằng ngôn ngữ Pascal để tìm ra nghiệm dương nhỏ nhất của $\text{Det}(\mathbf{K})=\mathbf{0}$, đó cũng chính là giá trị tới hạn của tham số u_i của thanh thứ i nào đó, từ đó hệ số chiều dài tính toán thanh nén thứ i được xác định: $\mu_i=\pi/u_i$.

Để xây dựng ma trận độ cứng \mathbf{K} của hệ. Tác giả xác định biểu đồ momen đơn vị khi đặt chuyển vị cưỡng bức về góc xoay và thẳng tại các nút khung, k_{ij} là phản lực liên kết i do chuyển vị cưỡng bức $Z_j=1$ gây ra tại liên kết j . Từ đó ứng với từng phần tử (có xét độ mềm

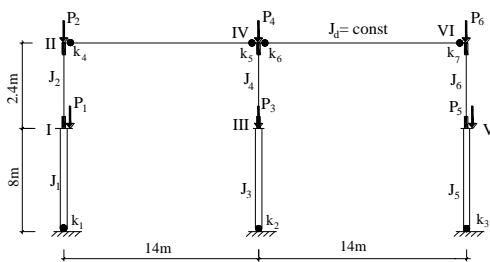
liên kết hoặc độ cứng của nút), tác giả xác định được k_{ij} tương ứng dựa theo ma trận cứng đã được thiết lập ở trên. Tập các các thành phần k_{ij} thu được ma trận cứng \mathbf{K} của hệ.

Bảng 1: So sánh hệ số chiều dài tính toán

Chương trình	Hệ số chiều dài tính toán							
	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7	μ_8
Pascal	1.37	3.20	1.06	1.85	3.00	1.06	1.85	3.00
SAP2000	1.36	3.18	1.05	1.84	3.00	1.05	1.84	3.00

3.2. Chương trình tính khung nhà công nghiệp một tầng nhiều nhịp cột bậc có nút cứng và liên kết nửa cứng

Dầm ngang xét độ mềm liên kết ($k_i=0.05$), cột xét đến độ cứng của nút ($L_i=0.15m$).
 $P_2=P_4=P_6=1000kN$, $P_3=4000kN$, $P_3=4000kN$,
 $P_1=P_5=2000kN$, $J_{2,4,6}=35190cm^4$,
 $J_{1,3,5}=118500cm^4$, $J_d = 669900cm^4$.



Hình 4: Sơ đồ tính toán khung

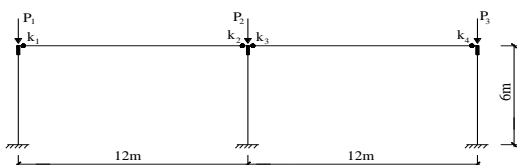
Tiến hành tương tự như ví dụ 1, thu được:

Bảng 2: So sánh hệ số chiều dài tính toán

Chương trình	Hệ số chiều dài tính toán		
	μ_1	μ_2	μ_3
Pascal	1.80	1.40	1.80
SAP2000	1.80	1.40	1.80

3.3. Chương trình tính khung phẳng có nút cứng và liên kết nửa cứng, đồng thời kết quả tính toán lập bảng tra

Khung phẳng có xét độ cứng đầu nút của cột và độ mềm liên kết của dầm, $J_c=45000cm^4$, $J_d=106667cm^4$, $P_i=1000 kN$.



Hình 5: Sơ đồ khung một tầng hai nhịp

Ví dụ với: $L_{2c1}=0.15$, $L_{2c2}=0.15$, $L_{2c3}=0.15$ ta có bảng tra hệ số chiều dài tính toán như sau:

Bảng 3: Bảng tra hệ số chiều dài tính toán

Hệ số độ mềm liên kết				Hệ số μ		
k_{i1}	k_{i3}	k_{i2}	k_{i4}	μ_1	μ_2	μ_3
0	0	0	0	1.13	1.13	1.13
0.5	0.5	0	0	1.23	1.23	1.23
1.0	1.0	0	0	1.28	1.28	1.28
0.5	0.5	0.5	0.5	1.37	1.37	1.37
1.0	1.0	1.0	1.0	1.51	1.51	1.51
100	100	100	100	2.04	2.04	2.04

4. KẾT LUẬN

Từ các kết quả thu được, tác giả nhận thấy kết quả của bài toán ổn định khung phẳng có xét tới độ mềm liên kết và độ cứng của nút trùng với kết quả khi kiểm tra bằng phần mềm SAP2000, do vậy ma trận độ cứng được xây dựng ở trên là có thể tin cậy được.

Đồng thời tải trọng tới hạn có xét tới độ cứng của vùng nút lớn hơn trường hợp bỏ qua độ cứng của vùng nút, tải trọng tới hạn có xét đến độ mềm của liên kết nhỏ hơn trường hợp không xét tới độ mềm của liên kết khá nhiều. Vì vậy tác giả nhận thấy đối với cấu kiện cột là cấu kiện chính, liên kết mềm giữa cột với cột sẽ gây nguy hiểm hơn và làm giảm tải trọng tới hạn nhiều hơn so với liên kết mềm giữa cột với dầm, do vậy trong khung nhiều tầng nên hạn chế nối cột để hạn chế sự xuất hiện liên kết mềm tại các nút. Trong thiết kế kết cấu thép, để an toàn cho công trình khi tính toán ổn định có thể bỏ qua độ cứng của vùng nút và cần xét tới độ mềm của liên kết.

5. TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Cao Văn Mão (2005), Phân tích kết cấu khung phẳng có nút cứng và liên kết mềm, Luận án TSKT, Đại học Thủy lợi.
- [2] Nguyễn Văn Quý & Lê Thọ Trình (1979), Ổn định công trình, Nxb ĐH và THCN, HN.
- [3] Trần Ích Thịnh và nnk (2000), Phương pháp PTHH trong kỹ thuật, ĐH Bách Khoa, HN.
- [4] Vũ Thành Hải (1983), Phân tích kết cấu có liên kết mềm, Tuyển tập BCKH - Hội nghị KHCN Kết cấu XD toàn quốc, lần thứ 3, HN.